در این‌جا، F میزان کاهش وزن تاج به نسبت وزن واقعی آن به هنگامی است که در آب قرار داده می‌شود، یعنی $W=w_1+w_2$. F_1 و F_2 عبارت‌اند از کاهش وزن نمونه‌هایی از طلای خالص و نقره‌ی خالص در حالتی‌که وزن حقیقی آن‌ها W باشد.

اصل ارشمیدس، امروزه غالباً مورد استفاده قرار می‌گیرد. این اصل نیروی شناوری لازم را تأمین می‌کند تا کشتی‌ها روی آب شناور بمانند، و زیردریایی‌ها در زیر آب حرکت کنند. نیازی نیست که شاره‌ی موردنظر آب باشد. بالون‌های هوای گرم به این علت بالا می‌روند که چگالی هوای داخل آن‌ها از چگالی هوای سردی که جابه‌جا می‌کنند کمتر است. برای اندازه‌گیری دقیق ثابت گرانش نیوتونی G، از جسم شناوری در جیوه بهره‌گیری شده است.

چگالی جامدات

چگالی هر ماده‌ای به‌صورت نسبت جرم آن ماده به حجم آن، $\rho_s = M / V$، تعریف می‌شود. نسبت چگالی ماده‌ای خاص به چگالی آب را گرانی ویژه‌ی آن ماده می‌نامند. گرانی ویژه‌ی هر جسم جامد (نامحلول) را می‌توان مستقیماً با استفاده از اصل ارشمیدس تعیین کرد. وزن واقعی جسم جامد با وزن آن هنگامی که در ظرف آبی فرو رفته است مقایسه می‌شود. وزن جسم درون آب به اندازه‌ی $gV\rho_{آب}$ از وزن واقعی کمتر است. گرانی ویژه به‌سادگی برابر است با نسبت وزن واقعی به کاهش وزن آن در حالتی که درون آب غوطه‌ور شده باشد. مقدار شتاب گرانی g در محل آزمایش اهمیتی ندارد، زیرا در این نسبت از صورت و مخرج حذف می‌شود.

برای این‌که چگالی را از روی گرانی ویژه معین کنیم، باید چگالی آب را بدانیم. این چگالی دقیقاً ثابت نیست، بل‌که به دما و خلوص آب و محتوای ایزوتوپی آن بستگی دارد. در دستگاه متریک، به‌طور مشخص کیلوگرم به‌عنوان یکای جرم انتخاب می‌شود و چگالی آب تقریباً برابر با ۱ کیلوگرم بر لیتر به‌دست می‌آید. آیزاک نیوتون، قبلاً چگالی آب چشمه را برابر ۱۰۰۰oz بر فوت مکعب (سیستم انگلیسی) تعیین کرده بود.

چگالی مایعات

چگالی مایع را می‌توان با توزین و اندازه‌گیری حجم نمونه‌ی مشخصی از آن تعیین کرد. این اندازه‌گیری را می‌توان با استفاده از چگالی‌سنج در یک مرحله انجام داد. چگالی‌سنج وسیله‌ای است که به‌کمک مشخصه‌های جسم جامد معلومی که در مایع شناور می‌شود، چگالی مایع را تعیین می‌کند. معمول‌ترین نمونه چگالی‌سنج را امروزه برای پیدا کردن چگالی محلول‌های ضدیخ به‌کار می‌برند. در این چگالی‌سنج، تعدادی توپ رنگی با چگالی‌های متفاوت در شاره قرارداده‌می‌شود. چگالی شاره، چگالی توپی است که به‌صورت خنثی شناور می‌ماند.

نمونه‌ی دیگر چگالی‌سنج، شناورِ ارشمیدس است که عبارت است از ظرفی خالی اما وزین که در مایعی نامعین شناور می‌شود. چگالی مایع را می‌توان از روی مقدار جرمی تعیین کرد که باید روی شناور قرار داد تا نقطه‌ی از پیش تعیین شده‌ای با سطح مایع هم تراز شود.

همچنین نگاه کنید به: چگالی؛ گرانی ویژه؛ نیروی شناوری

کتاب‌شناسی

BLACK, N. H., and LITTLE, E. P. *An Introductory Course in College Physics* (Macmillan, New York, 1956).

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; and WALKER, J. *Fundamentals of Physics,* 4th ed. (Wiley, New York, 1993).

HEATH, T. L. *The Works of Archimedes with the Method of Archimedes* (Cambridge University Press, Cambridge, Eng., 1897).

HODDESON, L. H. "How Did Archimedes Solve King Hiero's Crown Problem: An Unanswered Question. *Phys. Teach.* **8,** 14-19 (1972).

● D. F. BARTLETT

ARCHIMEDES' PRINCIPLE

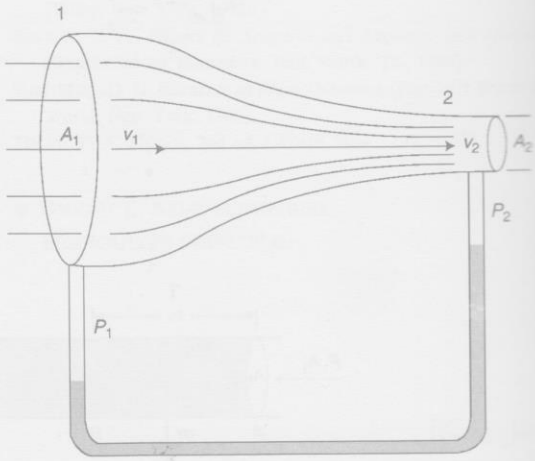
اصل برنولی

اصل برنولی می‌گوید در جریان لایه‌ایِ نامتلاطم، فشار شاره با کاهش سرعت افزایش می‌یابد. برعکس، ناحیه‌هایی که در آن‌ها سرعت بیشتر است فشار کمتری دارند.

چنین وضعیتی را برای جریان متلاطم که در آن حرکت شاره درهم و برهم یا نامنظم و نامرتب است، نمی‌توان تعمیم داد. اصل برنولی برای جریان لایه‌ای، یعنی هنگامی که هر لایه‌ی شاره در کنار لایه‌های مجاور به‌آرامی در حرکت باشد، قابل استفاده است.

اصل برنولی در شکل ۱ نشان داده شده است. جریان لایه‌ای هوا در محل ۱، که سطح مقطع لوله در آن‌جا برابر A_1 است، وارد لوله می‌شود. مساحت سطح مقطع لوله در محل ۲ به مقدار A_2 ($A_2 < A_1$) کاهش یافته است. از آن‌جا که سرعت v_2 در ناحیه‌ی ۲ (به دلایلی که در زیر توضیح داده خواهد شد) از سرعت v_1 در ناحیه‌ی ۱ بیشتر است، فشار P_2 در محل ۲ از فشار P_1 در محل ۱ کمتر است. یعنی چون $v_2>v_1$ است، داریم $P_2<P_1$. این ارتباط میان P_2 و P_1 را می‌توان با فشارسنجی که دو سر آن به محل‌های ۱ و ۲ متصل شده است، تأیید کرد.

اختلاف فشارهایی که در اصل برنولی با آن‌ها سروکار داریم، تنها از تغییرات سرعت ناشی می‌شوند. این بدان معنی است که ارتفاع‌های



شکل ۱ نمایش اصل برنولی. چون سرعت در ناحیه‌ی ۲ از سرعت در ناحیه‌ی ۱ بیشتر است، فشار در ناحیه‌ی ۲ از فشار در ناحیه‌ی ۱ کمتر می‌شود.

دو نقطه‌ی موردنظر از سطح زمین آن قدر به هم نزدیک است که اختلاف فشارهای ایستایی ناشی از گرانی در این دو نقطه قابل چشم‌پوشی است.

زیربنای فیزیکی اصل برنولی و شرایط برقراری آن را با کاربرد قضیه‌ی کار ـ انرژی در مورد جریانی لایه‌ای، ناچسبنده، بی‌چرخش، و تراکم‌ناپذیر که حالت پایا داشته باشد، به آسانی می‌توان درک کرد. این محدودیت‌ها بدان معنی است که هیچ انرژی‌ای به علت انواع گوناگون اصطکاک‌ها تلف نمی‌شود. در شکل ۲ شاره‌ای با چگالی ρ را نشان داده‌ایم که در ابتدا فاصله‌ی بین سطوح A و C را در لوله پر می‌کند. در محل ۱ در سطح A، فشار برابر با P_1 و سطح مقطع لوله برابر با A_1 است و در نتیجه، نیروی P_1A_1 به طرف راست بر شاره وارد می‌شود. به همین ترتیب، در محل ۲ در سطح C نیرویی وجود دارد که اندازه‌ی آن برابر با P_2A_2 و جهت آن به طرف چپ است. فرض کنید نیروی P_1A_1 از نیروی P_2A_2 بزرگ‌تر است، در این صورت شاره از سطح A به طرف B و از سطح C به‌طرف D حرکت می‌کند. به این ترتیب، در نهایت با جابه‌جایی جرم $m = \rho A_1 x_1 = \rho A_2 x_2 \equiv \rho V$ روبه‌رو می‌شویم، که در آن V حجم شاره‌ی میان سطح‌های A و B یا C و D است. با به کار بردن قضیه‌ی کار ـ انرژی در مورد m، داریم

$$W_{nc} = \Delta\,(K+U) \qquad (۱)$$

که در آن W_{nc} کار انجام شده روی سیستم توسط نیروهای ناپایستار، و K و U به‌ترتیب انرژی‌های جنبشی و پتانسیل سیستم هستند. با قراردادن مقادیر این کمیت‌ها، می‌توان رابطه‌ی زیر را به‌دست آورد

$$P_1 A_1 x_1 - P_2 A_2 x_2 = [\tfrac{1}{2}(\rho V) v_2^2 + (\rho V) g y_2] - [\tfrac{1}{2}(\rho V) v_1^2 + (\rho V) g y_1] \qquad (۲)$$

که در آن v_2 و v_1 سرعت شاره به ترتیب در محل‌های ۲ و ۱ هستند. با حذف حجم V از دو طرف، با استفاده از معادله‌ی m، معادله‌ی برنولی به‌صورت زیر حاصل می‌شود

$$P_1 + \rho g y_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho g y_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 \qquad (۳)$$

که همان پایستگی انرژی مکانیکی (در واحد حجم) است:

$$P + \rho g y + \tfrac{1}{2}\rho v^2 = \text{const} \qquad (۴)$$

اصل برنولی را بلافاصله می‌توان از معادله‌ی برنولی به‌دست آورد. اگر چگالی شاره به قدر کافی کم و اختلاف ارتفاع در دو نقطه‌ی مورد نظر آنقدر کوچک باشد که $\rho g\,(y_2 - y_1)$ قابل گذشت باشد، در آن‌صورت از معادله‌ی (۴) خواهیم داشت

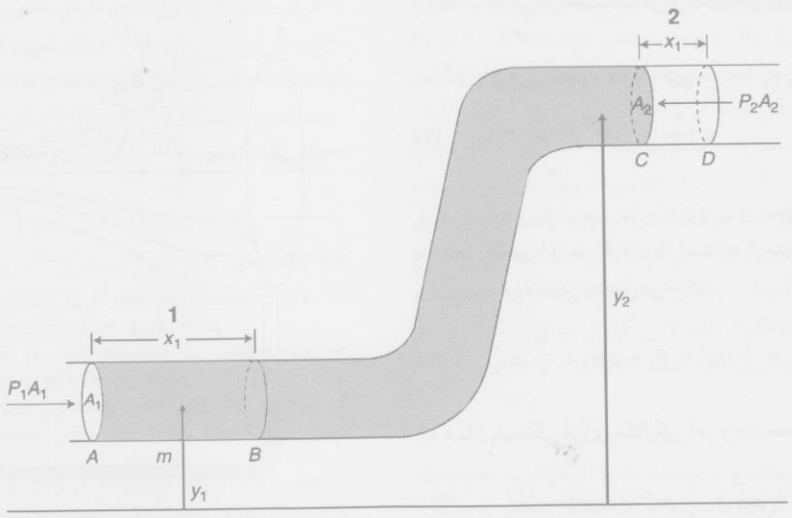
$$P + \tfrac{1}{2}\rho v^2 = \text{const} \qquad (۵)$$

که بیانی ریاضی از اصل برنولی است: با افزایش سرعت، فشار کاهش می‌یابد؛ و با کاهش سرعت، فشار افزایش می‌یابد. کندترین شاره، بیشترین فشار را دارد. بدین سان، می‌بینیم که اصل برنولی نتیجه‌ای از پایستگی انرژی مکانیکی در شاره‌های آرمانی است. در این صورت، اصل برنولی برای شاره‌های واقعی که چسبندگی دارند و تراکم‌پذیر هستند، به تقریب برقرار است.

برای به‌دست آوردن معادله‌های (۲)، (۳) و (۴)، افت اتلافی انرژی را براثر چسبندگی و تلاطم، ناچیز فرض کرده‌ایم. همچنین فرض شد که در فاصله‌ی میان محل‌های ۱ و ۲ در شکل ۲، هیچ‌گونه چاهک یا چشمه‌ای وجود ندارد. این بدان معنی است که مقدار جرمی که میان این دو نقطه جریان پیدا می‌کند پایسته می‌ماند. مقدار جرم Δm که با سرعت v در لوله‌ای با سطح مقطع A در مدت زمان Δt جریان می‌یابد برابر است با $\Delta m = \rho A v \Delta t$. بنابراین هنگامی که چگالی شاره ثابت باشد، مانند مورد شاره‌ی تراکم‌ناپذیر، داریم

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \qquad (۶)$$

معادله‌ی (۶) ساده‌ترین شکل معادله‌ی پیوستگی برای جریان شاره‌هاست. این معادله حاکی از آن است که هر چه مساحت سطح



شکل ۲ دستگاه به کار برده شده برای به دست آوردن معادله‌ی برنولی و تعیین اصل برنولی، با استفاده از قضیه‌ی کار ـ انرژی. نتیجه‌ی کار $P_1A_1x_1 - P_2A_1x_2$، در واقع، این است که با حرکت دادن شاره‌ی AB (در نزدیکی محل ۱) شاره‌ی CD را (در مجاورت محل ۲) به حرکت درآورد و باعث تغییر انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل به اندازه‌ی $\Delta[\frac{1}{2}(\rho V)v^2 + (\rho V)gy]$ شود.

مقطع کمتر شود، سرعت افزایش می‌یابد. علت این امر را می‌توان چنین دریافت: هرچه گذرگاه شاره باریک‌تر شود، شاره باید تندتر حرکت کند تا مقدار جرم شاره‌ای که در هر ثانیه از این محل تنگ می‌گذرد بر حسب کیلوگرم همان باشد که از مقاطع دیگر می‌گذرد. در معادله‌ی (۶) می‌بینیم که چرا سرعت در نواحی تنگ‌تر افزایش می‌یابد، و با توجه به اصل برنولی یا معادله‌ی (۵) معلوم می‌شود که چرا در نتیجه‌ی افزایش سرعت در آن‌جا فشار کاهش می‌یابد. افزایش سرعت باد در راهروها، درگاه‌ها، و گذرگاه‌های کوهستانی نمونه‌هایی از برقراری معادله‌ی (۶) هستند.

نمونه‌ی مهمی از کارکرد اصل برنولی، طرز کار کاربراتور در بسیاری از موتورهای بنزینی است. هوا از طریق مجرای گشاد کاربراتور (محل ۱ در شکل ۱) به داخل موتور جریان می‌یابد، اما وقتی مجرا تنگ‌تر می‌شود (محل ۲ در شکل ۱) سرعت هوا زیاد و فشار آن کم می‌شود. بنزین در محل تنگ‌تر مجرا وارد کاربراتور می‌شود. از آن‌جا که مخزن بنزین دارای فشار جو است ولی مجرای تنگ کاربراتور فشار کمتری دارد، بنزین از طریق مجرای تنگ به درون کابراتور می‌رود و در آن‌جا با هوا مخلوط می‌شود تا مخلوط قابل احتراقی از بنزین و هوا به‌وجود آید.

نمونه‌ی آشنای دیگری از کارکرد اصل برنولی، این است که پرده‌ی سقفی اتومبیل‌هایی که با سرعت زیاد در بزرگراه‌ها در حرکت‌اند، درحالتی‌که پرده روی سقف کشیده شده و پنجره‌ها بسته است، به‌طرف بالا «پف می‌کند» و برجسته می‌شود. از دید چارچوب مرجع اتومبیل، هوای خارج با سرعت زیاد از روی پرده جریان دارد، در حالی‌که هوای داخل اتومبیل در حال سکون است. بنابراین، هوای خارج نسبت به هوای داخل فشار کمتری دارد، و در نتیجه پرده‌ی سقفی به طرف بیرون پُف خواهد کرد.

با استفاده از اصل برنولی، منشأ نیروی بالابر هواپیما را نیز به آسانی می‌توان توضیح داد. شکل بال هواپیما و «زاویه‌ی پیشروی» آن (یعنی طرز کج شدن بال نسبت به جریان هوا) طوری طراحی می‌شود که سرعت جریان هوا از ***روی بال*** بیشتر از سرعت جریان هوا در ***زیر بال*** باشد. بنابراین، فشار هوا در زیر بال‌ها از فشار هوای روی بال‌ها بیشتر می‌شود. این اختلاف فشار باعث می‌شود تا نیرویی بالابرنده بر هواپیما وارد شود.

همچنین نگاه کنید به: بالابر آئرودینامیکی، نیروی؛ تلاطم؛ جریان متلاطم؛ چسبندگی؛ شاره‌ها، استاتیک؛ شاره‌ها، دینامیک؛ فشار؛ فشارجو

کتاب‌شناسی

ACHESON, D. J. *Elementary Fluid Dynamics* (Clarendon Press, Oxford, Eng., 1990).

FEYNMAN, R. P.; LEICHTON, R. B.; and SANDS, M. *The Feynman Lectures on Physics*, Vol. 2 (Addison-Wesley, Reading, MA, 1963).